La résolution de problèmes au cycle 2 Le dispositif Maths en vie

20 mars 2019

Déroulement de la matinée

- Des pratiques de classe en questions
- Apports théoriques
- M@ths en vie

Evaluations de fin de CE1 – DEPP 2011

- Xavier a une collection d'images d'animaux et de fleurs. Au total, il en a 225.

  Le nombre d'images d'animaux est 112.

  Combien y a-t-il d'images de fleurs ?

50% des élèves ne trouvent pas 113.

- L'album photo de Rémi et Chloé peut contenir 100 photos. Rémi veut ranger 24 photos et Chloé 16.

  Combien de places restera-t-il pour de nouvelles photos ?

65% des élèves ne trouvent pas 60.

1 – Des pratiques de classe en question

Au cinéma « Royal Ciné » un adulte paye 6 € par séance et un enfant paye 4 € par séance. À la séance de l'après-midi, il y avait 50 adultes et des enfants. À la séance du soir, il y avait 15 adultes et 20 enfants. La recette de la journée est 542€.
Combien y avait-il d'enfants à la séance de l'après-midi ?

➔ Comment travaillez-vous ce problème avec vos élèves ?

Des pratiques de classe à interroger

Dans une classe de CE2, il y a 27 élèves. 12 sont des filles.
Combien y a-t-il de garçons ?

- Repérage de « mots-clefs », des « indices »…
- Surlignage
- « Quelle opération faut-il faire ? »

Et si on écrivait la procédure suivie par nos élèves …

Règle 1 : Dans la mesure du possible, j'évite de lire le problème. Lire le problème prend du temps et rend les choses compliquées.

Règle 2 : Je surligne les nombres du problème, en faisant bien attention de ne pas oublier les nombres écrits en lettres.

Règle 3 : Si la règle 2 fait apparaître au moins trois nombres, la meilleure solution est de les additionner ensemble.

Règle 4 : Si il n'y a que deux nombres et qu'ils sont relativement proches, alors faire une soustraction devrait donner le meilleur résultat.

Règle 5 : Si il n'y a que deux nombres et que l'un est beaucoup plus petit que l'autre, alors le mieux est d'essayer de faire une division, si cela ne tombe pas juste alors je laisse tomber et je multiplie les deux nombres.

Règle 6 : Si les règles 1 à 5 ne marchent pas, alors prendre les nombres repérés avec la règle 2 et remplir la page de calculs en utilisant ces nombres. Entourer ensuite deux ou trois résultats trouvés au cas où l'un deux seraient la bonne réponse.

Des pratiques de classe à interroger

- Repérage de « mots-clefs », des « indices »…
- Surlignage
- « Quelle opération faut-il faire ? »

Des pratiques de classe à renforcer

- Proposer des contextes familiers aux élèves
- Faire raconter « l'histoire » (sans les nombres)
- Faire créer des problèmes avec des contraintes

La formation de circonscription du 14 mars 2018

2 – Apports théoriques

Au cinéma « Royal Ciné » un adulte paye 6 € par séance et un enfant paye 4 € par séance. À la séance de l’après-midi, il y avait 50 adultes et des enfants. À la séance du soir, il y avait 15 adultes et 20 enfants. La recette de la journée est 542€.

Combien y avait-il d’enfants à la séance de l’après-midi ?

Au cinéma « Royal Ciné » un adulte paye 6 € par séance et un enfant paye 4 € par séance. À la séance de l'après-midi, il y avait 50 adultes et des enfants. À la séance du soir, il y avait 15 adultes et 20 enfants. La recette de la journée est 542€.
Combien y avait-il d'enfants à la séance de l'après-midi ?

Ce problème n'est pas un problème élémentaire, mais un agrégat...

…de sous-problèmes élémentaires calculables :

- Autour de la séance du soir
- Autour de la séance de l'après-midi
- Autour de la recette venant des adultes sur les deux séances

Cela nécessite :

- de mettre en relation, de connecter des informations
- de savoir quels problèmes sont calculables

Exemples d'énoncés correspondant aux attendus de fin d'année

Au CP :

1. Dans la bibliothèque de la classe, il y a 63 livres. Le professeur en apporte 25 de plus. Les élèves en empruntent 15. Combien y a-t-il de livres dans la bibliothèque de la classe ?
2. Avec 20 cm de ficelle, combien de morceaux de 5 cm puis-je faire ?

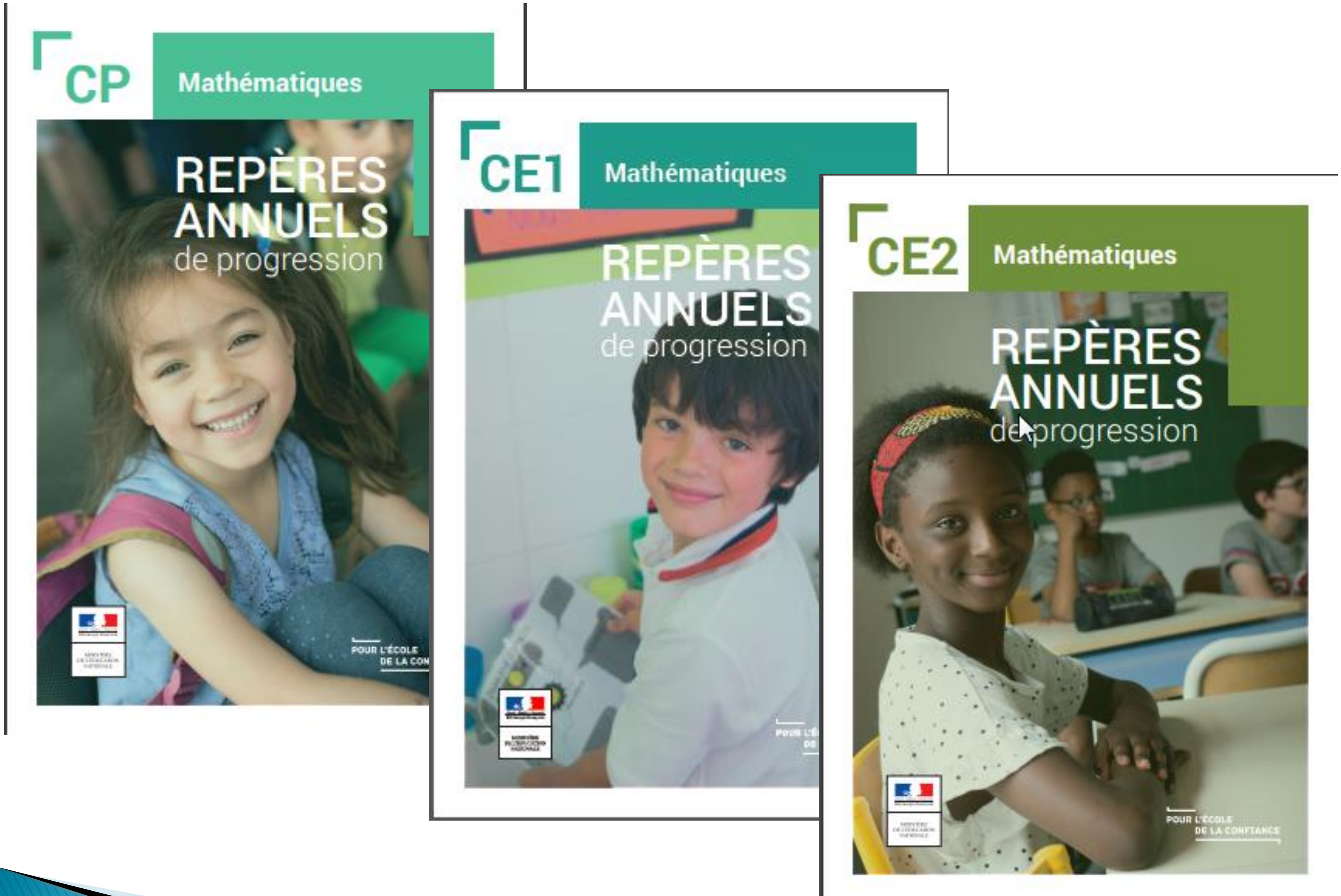
Au CE1 :

1. Dans l'école, il y a 111 garçons et 257 filles. Combien y-a-t-il de filles de plus que de garçons ?
2. Dans un restaurant, il y a 4 tables de 6 personnes et 7 tables de 4 personnes. Combien ce restaurant peut-il recevoir de clients ?

Au CE2 :

1. Léo passe 15 minutes chez le coiffeur, 20 minutes au supermarché, 1 heure à son cours de natation puis 15 minutes à ranger ses affaires. Léo peut-il tout faire en deux heures ?
2. Pendant la fête des voisins dans une grande ville, on a compté 50 tables de 20 personnes, 60 tables de 6 personnes, 100 tables de 4 personnes. Combien de personnes ont participé à cette fête ?

Sources : Repères annuels de progression – Eduscol


CP
Mathématiques
REPÈRES
ANNUELS
de progression
CE1
Mathématiques
REPÈRES
ANNUELS
de progression
CE2
Mathématiques
REPÈRES
ANNUELS
de progression
POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE

La résolution de problèmes à l'école élémentaire

NOR : MENE1809043N
note de service n° 2018-052 du 25-4-2018
MEN - DGESCO A1

Une bouteille de jus de pomme coûte 1,87 zeds.
Une bouteille de jus d'orange coûte 3,29 zeds.
Julien a 4 zeds.
Combien de zeds Julien doit-il avoir en plus pour acheter les deux bouteilles ?
A. 1,06 zeds B. 1,16 zeds C. 5,06 zeds D. 5,16 zeds

Pour ce problème, les élèves français ont obtenu le plus faible taux de réussite des pays de l'Union européenne participants, avec un score de 42 %, alors que le tiers des autres pays de l'Union européenne ont obtenu des scores de réussite moyens entre 62 % et 70 % et qu'un pays comme Singapour a même atteint 79 % (2).

Cet exemple met en lumière les difficultés qu'il convient de résorber. **La résolution de problèmes doit être au cœur de l'activité mathématique des élèves tout au long de la scolarité obligatoire.** Elle participe du questionnement sur le monde et de l'acquisition d'une culture scientifique, et par là contribue à la formation des citoyens. Elle est une finalité de l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire, mais aussi le vecteur principal d'acquisition des connaissances et des compétences visées.

L'objet de la présente note de service est de contribuer à la mise en place d'un **enseignement construit** pour développer l'aptitude des élèves à résoudre des problèmes. Cela nécessite de conduire, année après année, et dès le plus jeune âge, **un travail structuré et régulier** pour faire acquérir aux élèves les connaissances et compétences leur permettant :

- de comprendre le problème posé ;
- d'établir une stratégie pour le résoudre, en s'appuyant sur un schéma ou un tableau, en décomposant le problème en sous-problèmes, en faisant des essais, en partant de ce que l'on veut trouver, en faisant des analogies avec un modèle connu ;
- de mettre en œuvre la stratégie établie ;
- de prendre du recul sur leur travail, tant pour s'assurer de la pertinence de ce qui a été effectué et du résultat trouvé, que pour repérer ce qui a été efficace et ce qui ne l'a pas été afin de pouvoir en tirer profit pour faire des choix de stratégies lors de futures résolutions de problèmes.

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Vers une typologie des problèmes arithmétiques

- Problèmes « **basiques** »

  Enjeu pour les élèves : les mémoriser

- Problèmes « **complexes** »

  Enjeu pour les élèves : construire des sous-problèmes basiques calculables en connectant des informations et qualifiant les résultats

- Problèmes « **a-typiques** »

  Enjeu pour les élèves : inventivité stratégique et flexibilité de raisonnement, persévérance et confiance en soi

Lecture du document de C. Houdement

PROBLÈMES ARITHMÉTIQUES DE RÉINVESTISSEMENT : UNE SYNTHÈSE, DES PISTES

Catherine HOUDEMENT
Enseignant-Chercheur, ESPE, Université de Rouen
LDAR (Laboratoire de Didactique André Revuz)
catherine.houdement@univ-rouen.fr

Résumé
2016 est l'année de nouveaux programmes pour l'école primaire. On peut raisonnablement penser que les problèmes ne seront pas absents des programmes de mathématiques, mais quelle place tiendront-ils ? La résolution de problèmes arithmétiques de réinvestissement sera-t-elle assumée comme partie prenante des apprentissages numériques ?
C'est sur ce thème que nous développerons une synthèse s'appuyant sur : nos travaux liés aux programmes et aux pratiques ordinaires (Coppé & Houdement 2002, 2010 ; Houdement 1999, 2003, 2009, 2011), le point de vue de psychologues s'intéressant aux mathématiques (Julo 2002), l'étude de pratiques culturelles (Bartolini Bussi & al. 2011), des travaux plus récents (voir Houdement 2015).
La finalité de cette contribution est de poser des balises pour les recherches, les ressources et la formation aux apprentissages numériques.

Ce texte se veut une synthèse sur les problèmes arithmétiques associant des regards de psychologie des apprentissages et de didactique. Il croise plusieurs sources de réflexion : expériences de formation, observations de terrains, analyses de ressources pour enseignants, étude d'élèves résolvant des problèmes. Ce texte s'intéresse aux problèmes numériques ordinaires de la classe et insiste sur l'importance de la réussite aux « problèmes élémentaires », vus comme briques élémentaires de raisonnement. Il propose de revisiter les problèmes arithmétiques (selon une typologie constituée des « problèmes élémentaires », des « problèmes complexes » et des « problèmes atypiques ») qui seront introduits au fil du texte et définis plus précisément dans les paragraphes III et IV. Il montre la nécessité de relancer les recherches sur l'enseignement des problèmes élémentaires en présentant des dispositifs possibles pour ces recherches.

I - ORIGINE DU QUESTIONNEMENT

Notre intérêt pour la résolution de problèmes n'est pas nouveau : dans les années 2000, en résonance avec d'autres chercheurs également formateurs (Coppé & Houdement 2000, 2002 ; Houdement 1999, 2003), nous avions soulevé les questions que posaient, dans les manuels de mathématiques scolaires de l'époque, quelles que soient les collections, les leçons consacrées à la méthodologie de résolution de problèmes verbaux. Dans ces leçons, des tâches préliminaires à la résolution du problème comme souligner les informations utiles, barrer les informations inutiles, trouver la question… étaient proposées aux élèves avec, comme objectif affiché, d'aider ceux-ci à réussir LES problèmes. Nous avions mis en avant plusieurs raisons de contester la finalité affichée de telles tâches. Prélever les informations utiles (et délaisser les inutiles) se fait simultanément au cours du traitement du problème, cela ne peut pas se faire en amont en particulier si le problème résiste au sujet (c'est confirmé par les travaux de psychologie cognitive, voir plus loin). D'autre part, les informations utiles à la résolution sont souvent constituées de tout le texte du problème. Par exemple dans le problème : *Paul a 25 cartes. Il a 7 cartes de plus que Marie. Combien de cartes a Marie ?*, ne retenir que les informations *25 cartes*, *7 cartes* ou *7 cartes de plus* ne fait pas avancer vers la réponse.

Par ce type de leçons, on est progressivement passé du *faire résoudre des problèmes sur un thème donné* à *apprendre aux élèves à résoudre des problèmes*. Cet objectif s'appuie sur l'hypothèse (implicite) qu'il

Quelle démarche d'enseignement mettre en œuvre pour que les élèves apprennent à résoudre des problèmes ?

La résolution de problème 1/3

- Utilisation de la mémoire à long terme
  - Fréquence des problèmes soumis aux élèves
  - Variété des problèmes proposés :
    - jouer sur le type de problèmes :
      - problèmes de recherche du tout ou d'une partie ;
      - problèmes de transformation ;
      - problèmes de comparaison ;

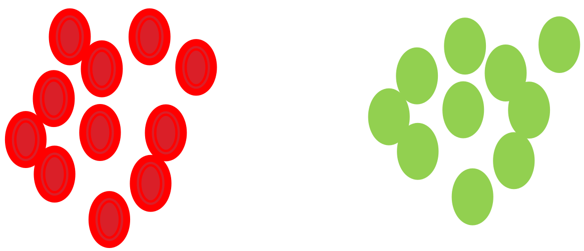
Typologie de Vergnaud

La typologie de Vergnaud 1/2

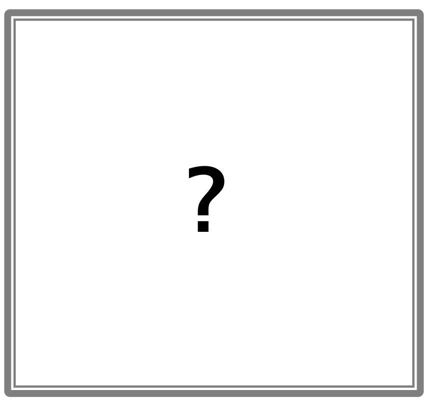
- Elle répond à la question du sens des opérations
- Structures additives ou multiplicatives
- Le sens de l'addition-soustraction
  - Selon le type de problème
    - Composition d'états (« réunion »)
    - Comparaison d'états (« plus que », « moins que »)
    - Transformation d'états
    - Composition de transformations
  - Selon la place de l'inconnue

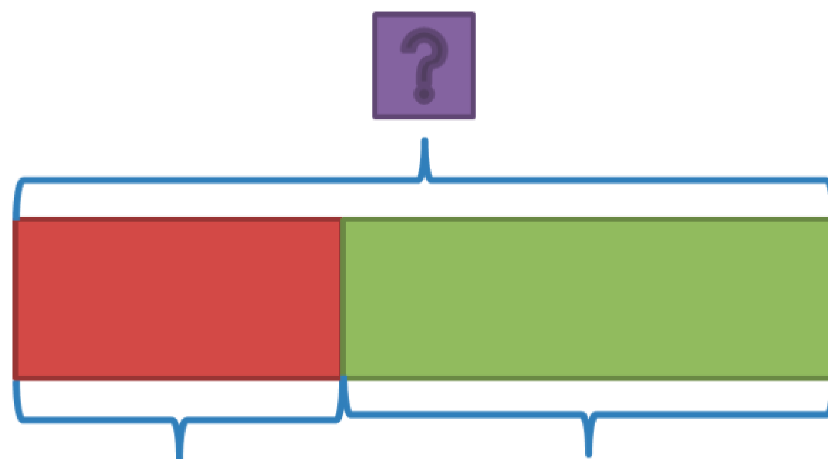
$$a + b = c$$

La typologie de Vergnaud
– Composition –



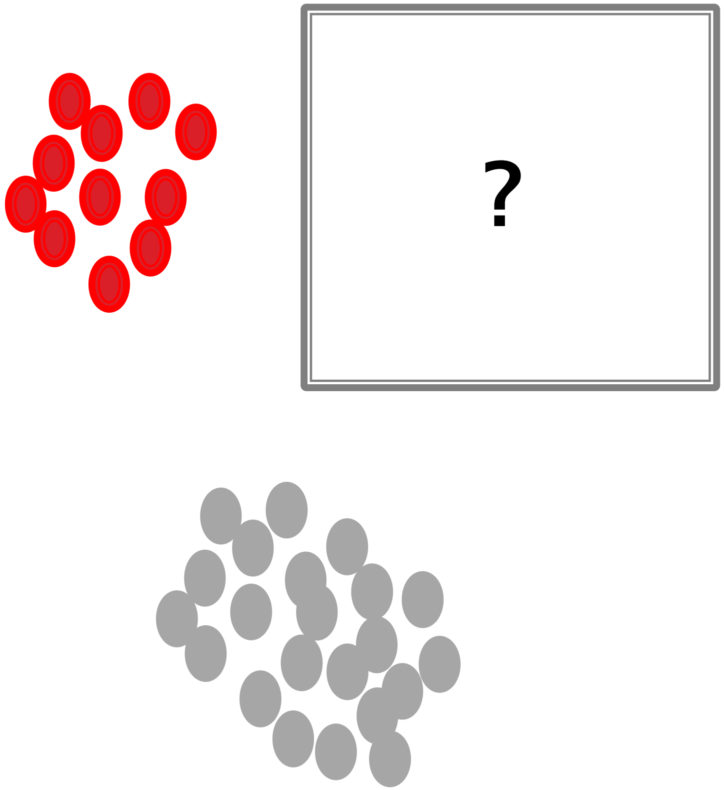
Léo a 35 billes. Juliette a 18 billes. Combien de billes ont Léo et Juliette ensemble ?



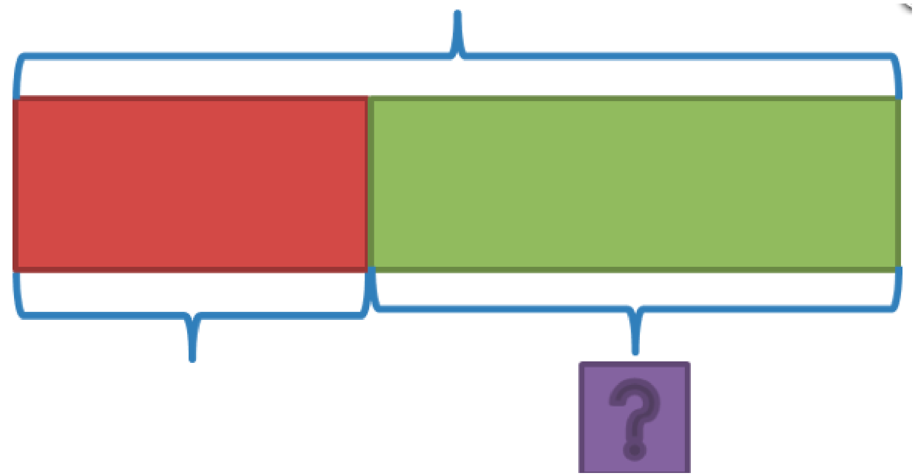


$$a + b = ?$$

La typologie de Vergnaud
– Composition –



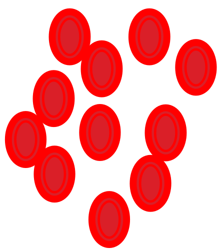
Léo et Juliette ont 83 billes ensemble. Juliette a 47 billes. Combien Léo a t-il de billes ?



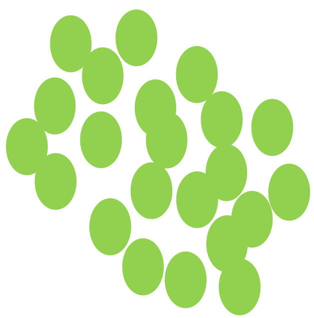
a + ? = c

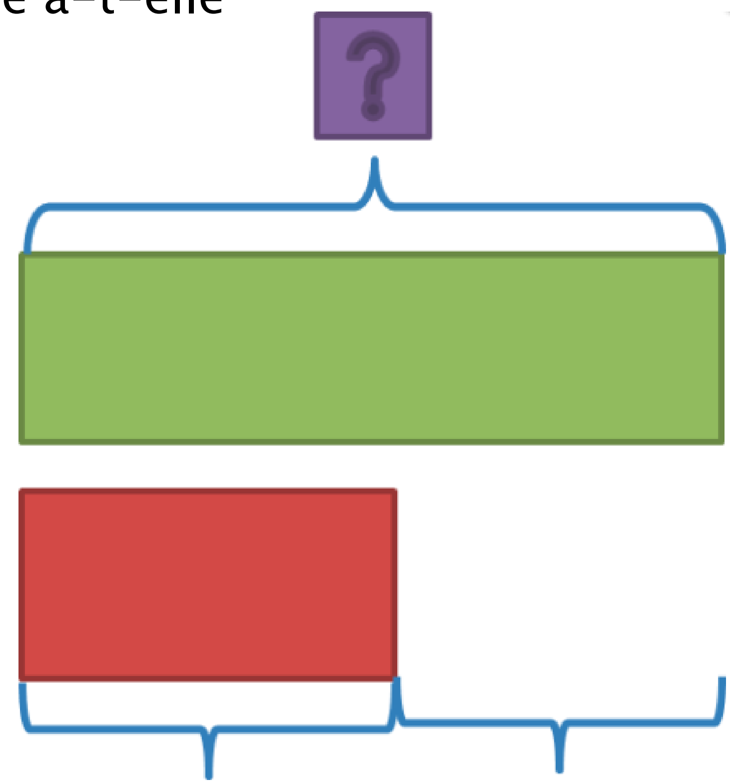
La typologie de Vergnaud
– Comparaison –

Léo a 26 billes. Juliette a 17 billes de plus. Combien Juliette a-t-elle de billes ?



?

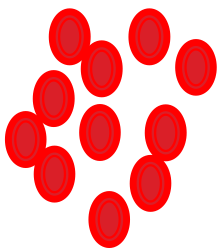




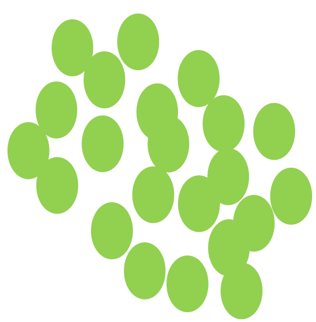
$$a + b = ?$$

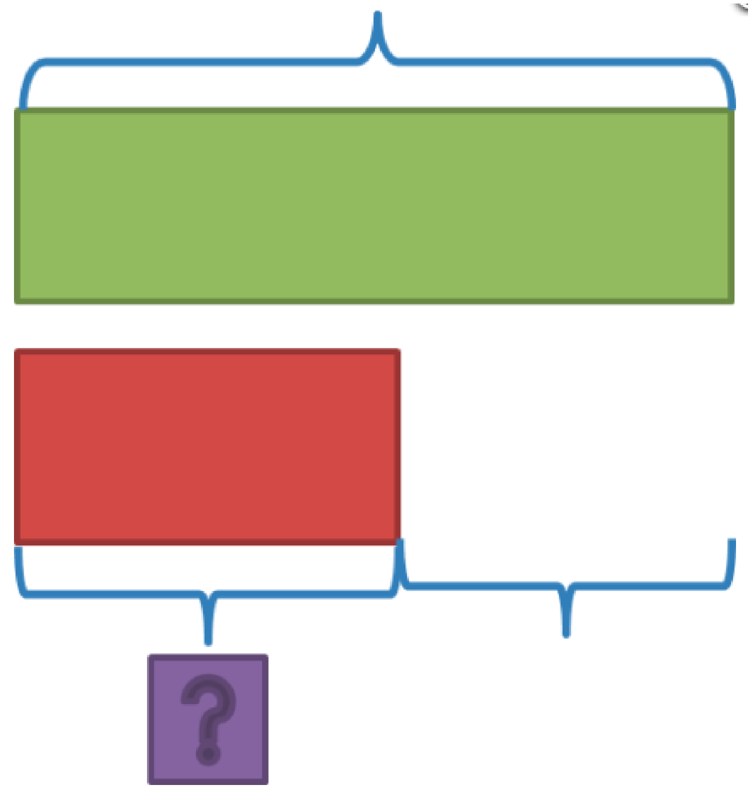
La typologie de Vergnaud – Comparaison –

Léo a17 billes de moins que Juliette. Juliette en a 43. Combien Léo a-t-il de billes ?



?

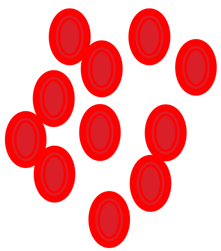




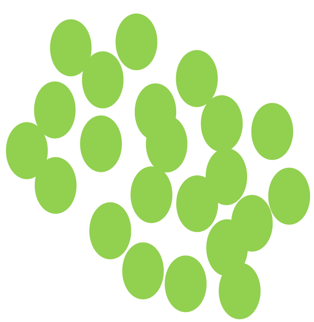
$$? + b = c$$

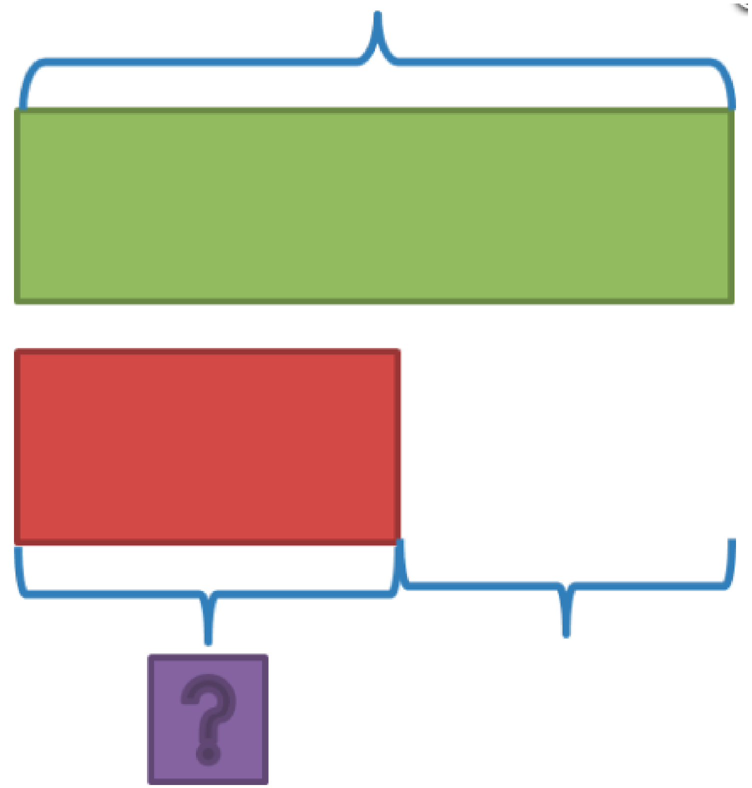
La typologie de Vergnaud
– Comparaison –

Juliette a 43 billes. Juliette a 17 billes de plus. Combien Léo a-t-il de billes ?



?

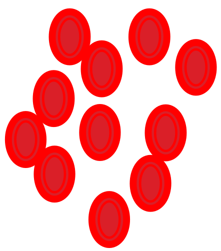




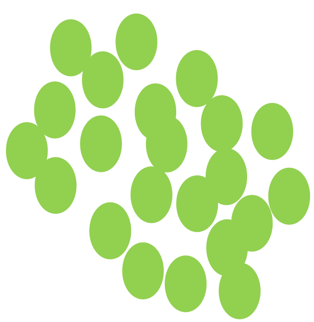
$$? + b = c$$

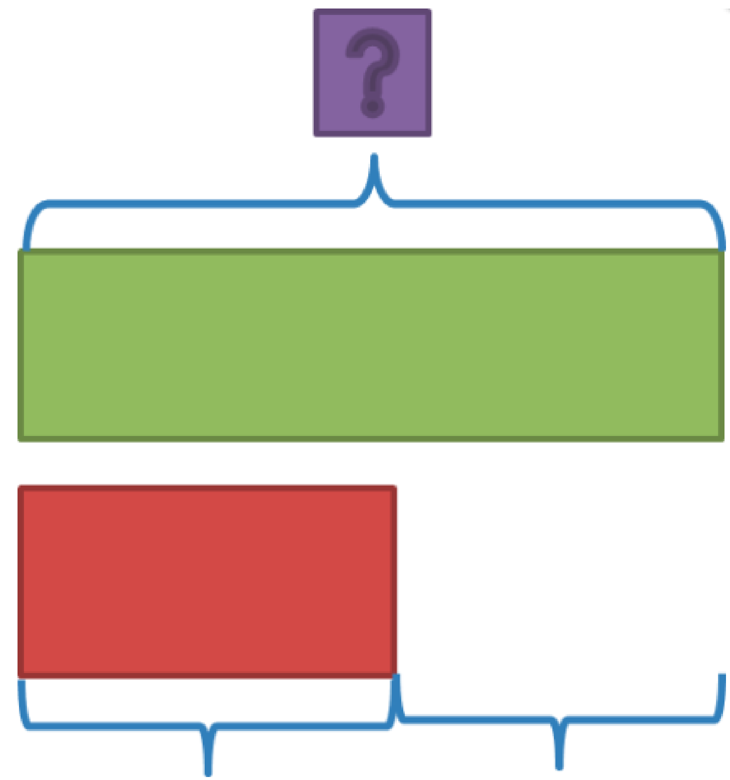
La typologie de Vergnaud
– Comparaison –

Léo 17 billes de moins que Juliette. Léo en a 26. Combien Juliette a-t-elle de billes ?



?

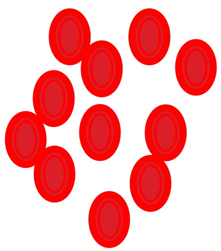




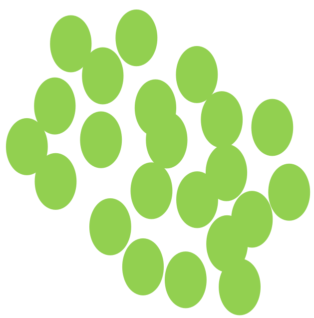
a + b = ?

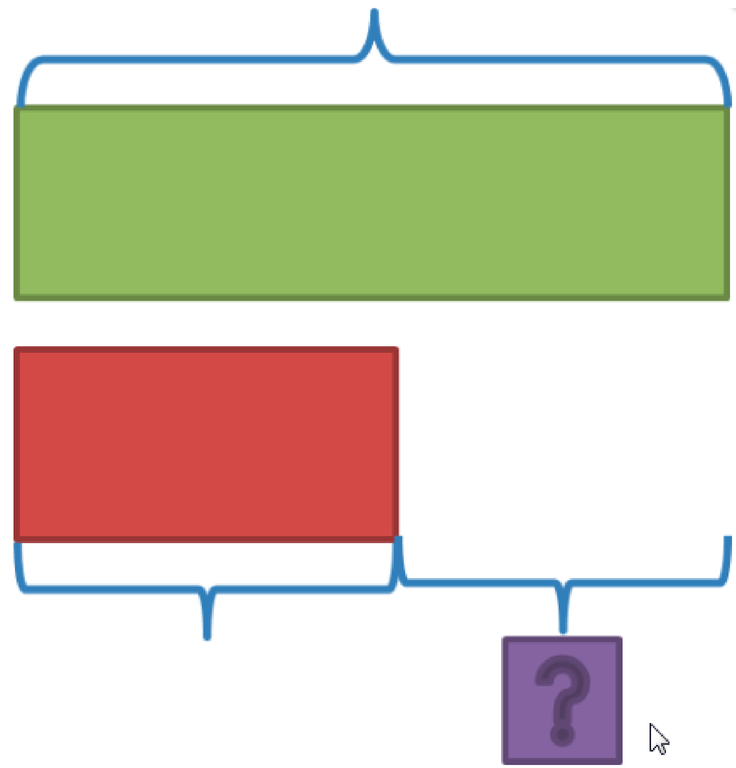
La typologie de Vergnaud
– Comparaison –

Léo a 52 billes. Juliette en a 38.
Combien de billes Juliette a-t-elle
en moins que Léo ?



?

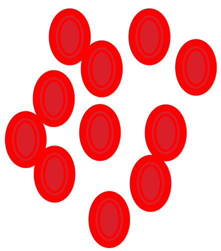




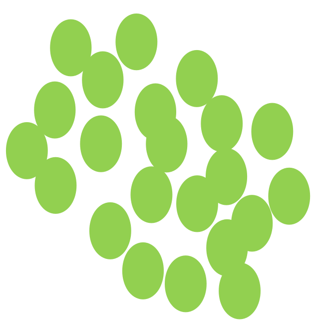
$$a + ? = c$$

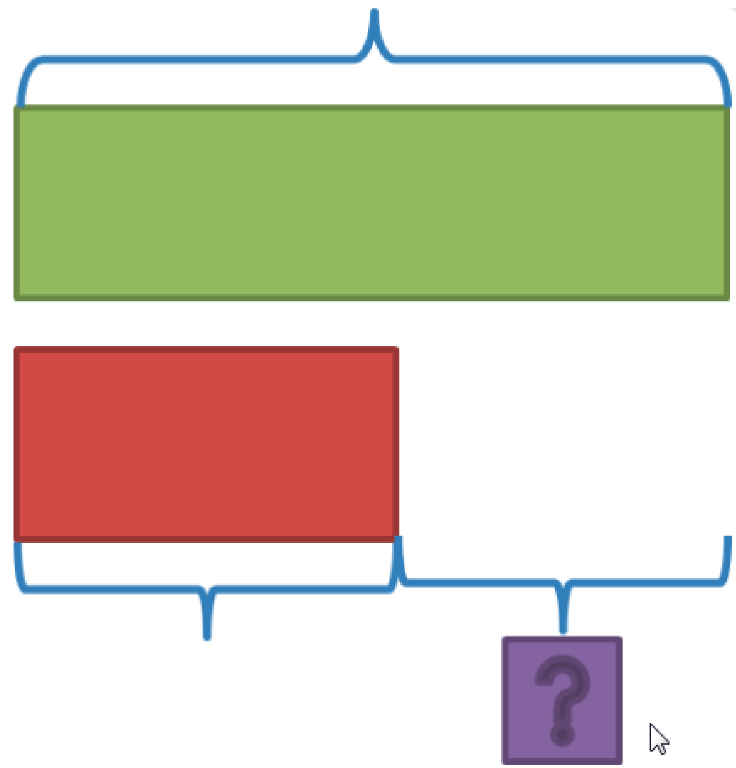
La typologie de Vergnaud
– Comparaison –

Léo a 52 billes. Juliette en a 38.
Combien de billes Léo a-t-il en plus que Juliette ?



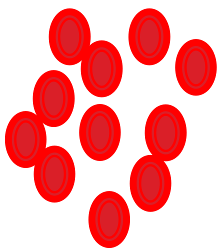
?



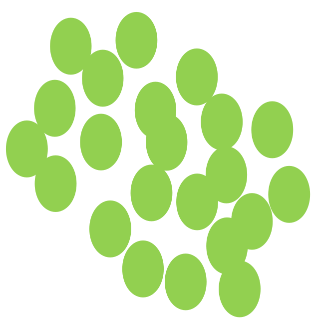


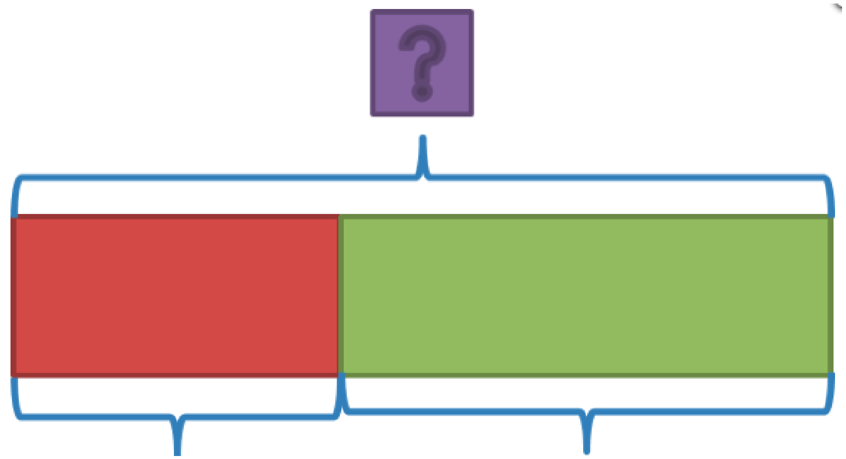
$$a + ? = c$$

La typologie de Vergnaud
– Transformation –



Léo avait 36 billes. Puis, Juliette lui a donné 16 billes. Combien de billes a maintenant Léo ?

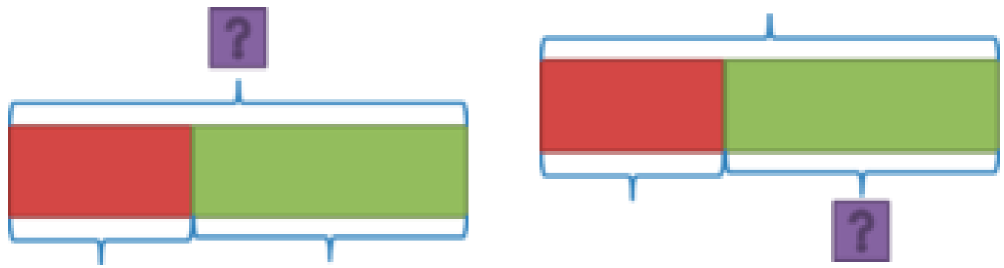




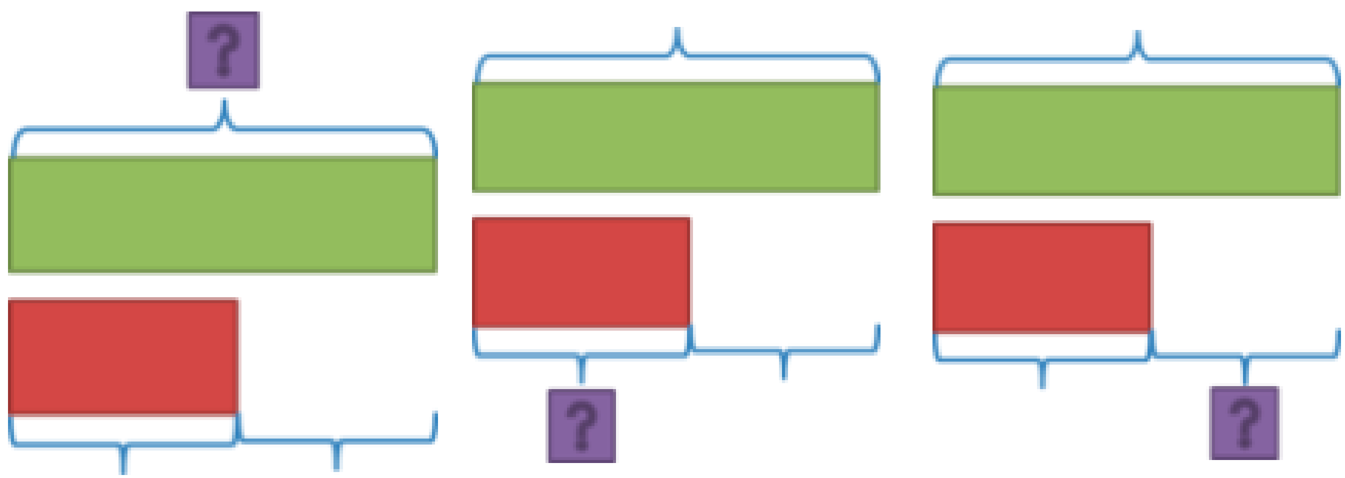
a + b = ?

La typologie de Vergnaud Récapitulatif des schémas des situations additives

problèmes de transformation:



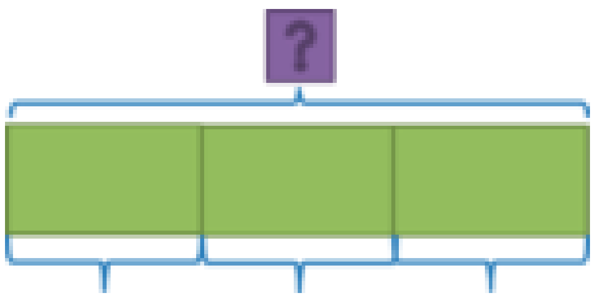
problèmes de comparaison:



a + b = c

La typologie de Vergnaud
Récapitulatif des schémas des situations multiplicatives

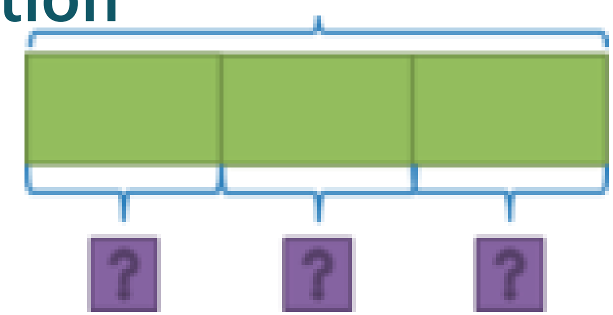
problèmes de multiplication:



a x 3 = ?

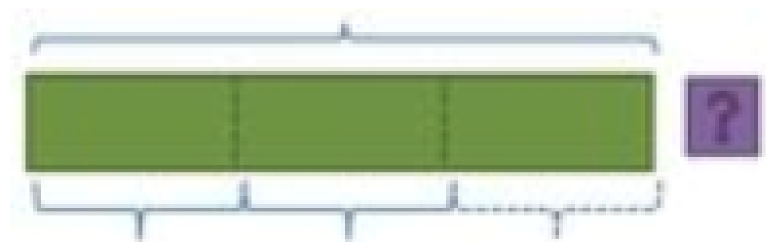
problèmes de division:

partition



a : b = ?

quotition



a : c = ?

La résolution de problème 1/3

- Utilisation de la mémoire à long terme
  - Fréquence des problèmes soumis aux élèves
  - Variété des problèmes proposés :
    - jouer sur le type de problèmes :
      - problèmes de recherche du tout ou d'une partie ;
      - problèmes de transformation ;
      - problèmes de comparaison ;

Typologie de Vergnaud

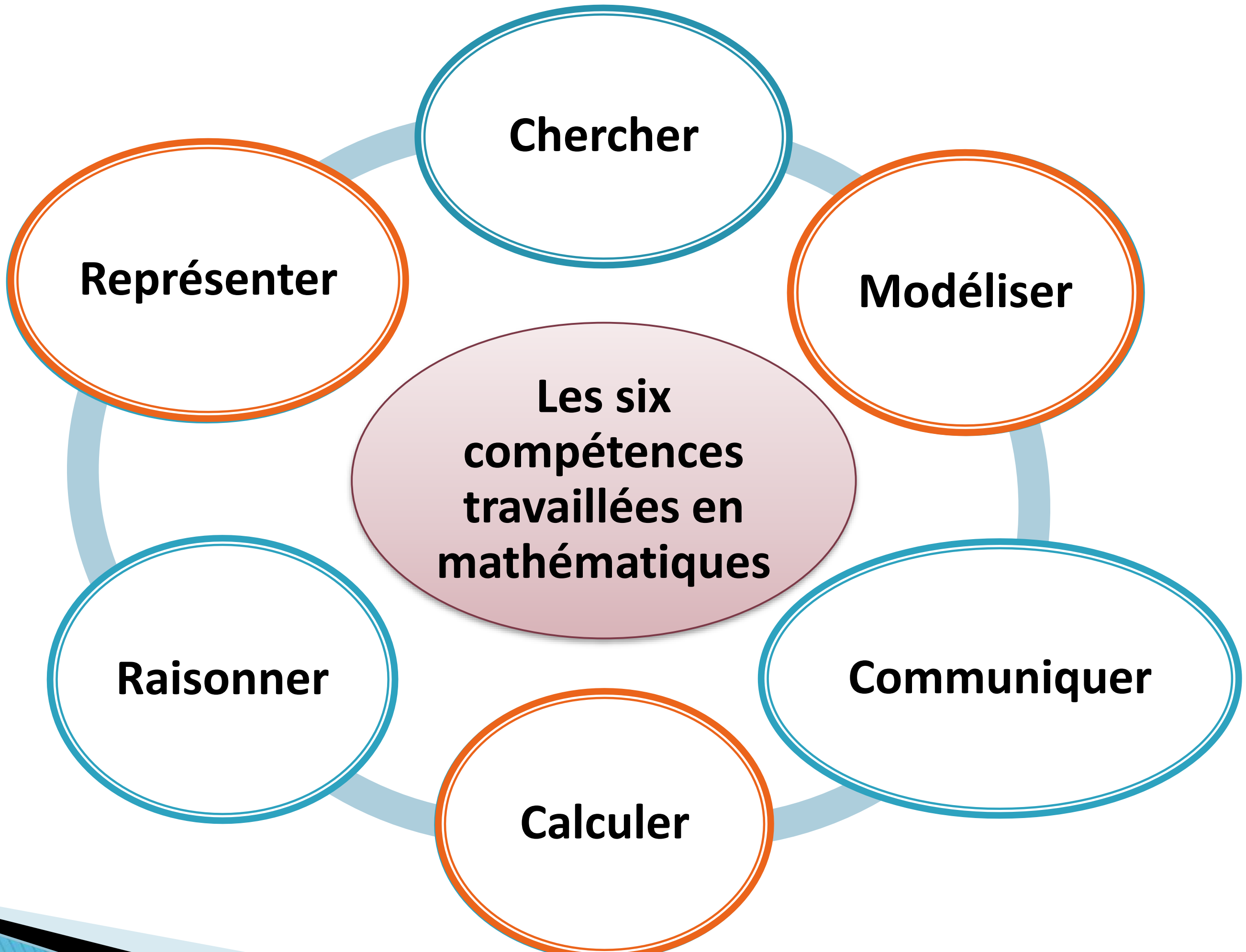
La résolution de problème 2/3

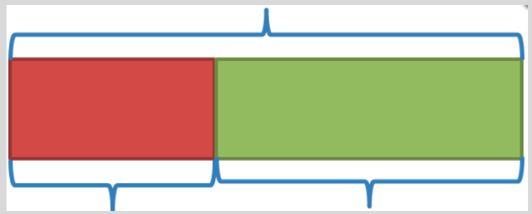
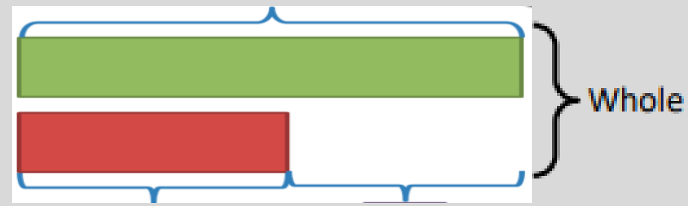
- Utilisation de la mémoire à long terme
  - Fréquence des problèmes soumis aux élèves
  - Variété des problèmes proposés :
    - jouer sur le type de problèmes :
    - jouer sur les nombres en jeu ;
      - travail sur la numération, avec des nombres plus simples au début puis progressivement des travaux où il faut travailler sur les différentes unités de numération ;
      - travail sur le calcul, apparition de retenues, utilisation de tables moins connues, etc. ;
    - jouer sur le nombre d'étapes ;

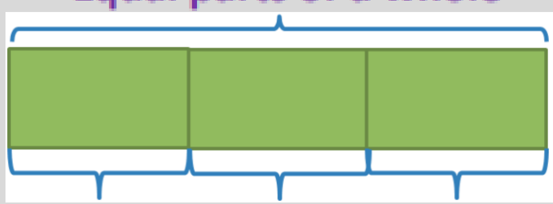
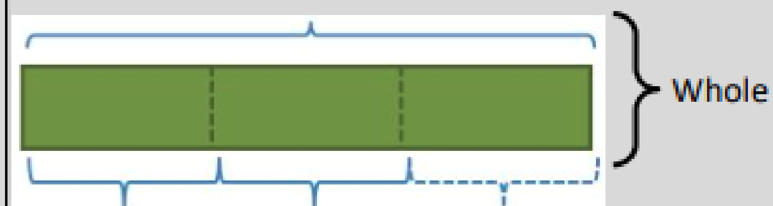
La résolution de problème 3/3

- Utilisation de la mémoire à long terme
  - Construire des institutionnalisations pour avoir des références, des modèles sur lesquels s'appuyer :
    - des affichages
    - des traces écrites dans les cahiers,

Les compétences essentielles



<table>
<tr><td>Schéma…</td><td>… représentant le tout et les parties…</td><td>…de comparaison…</td></tr>
<tr><td>…pour l’addition et la soustraction</td><td>Part-Part-Whole

Whole = Part + Part
Part = Whole – Part</td><td>Part-Part-Whole and Comparison


Difference = A – B
A = Difference + B
Whole = A + B</td></tr>
<tr><td>…pour la multiplication et la division</td><td>Equal parts of a whole

Whole = Number of parts × Part
Part = Whole ÷ Number of parts
Number of parts = Whole ÷ Part</td><td>Equal parts of a whole and comparison


B = Number of parts in B × Part
Difference = B – Part
Whole = (1 + Number of Parts in B) × Part</td></tr>
</table>

Construire son enseignement

- Organiser une progression cohérente sur les deux cycles
- Quand et combien ?
- Bien calibrer le niveau de difficulté des problèmes proposés
- Privilégier l'accompagnement des élèves
- Quelles différenciation ?
- Les traces écrites
- Les échanges inter-élèves

3 – Maths en vie http://www.ac-grenoble.fr/ien.st-gervais/mathsenvie/

M@ths en-vie est un projet interdisciplinaire en français et mathématiques
avec utilisation d'outils et ressources numériques

Ancrer les mathématiques au réel

ou

La photographie au service de la résolution de problèmes

Objectifs

Ancrer les mathématiques au réel
afin d'améliorer la compréhension en
résolution de problèmes.

Développer la perception des élèves
sur les objets mathématiques qui nous
entourent.

Conclusion

① **S'assurer que les élèves résolvent des problèmes fréquemment (quotidiennement ou presque)**

- Il est souhaitable de tendre vers une dizaine de problèmes résolus chaque semaine

② **S'assurer que les élèves résolvent des problèmes variés**

- Il faut sortir régulièrement du « 2 nombres » + « Combien ? », tout en privilégiant les problèmes élémentaires en une ou plusieurs étapes

③ **Être vigilant quant au contexte des énoncés, au vocabulaire et à la difficulté mathématique des problèmes proposés**

- la résolution de problèmes doit être source de plaisir

Conclusion

④ **Veiller à ce qu'une différenciation soit bien mise en œuvre pendant les temps de résolution de problèmes en privilégiant un accompagnement différencié s'appuyant sur les compétences « modéliser » et « calculer ».**

⑤ **S'assurer que les élèves disposent de temps de recherche conséquents**

- Équilibre entre le temps de parole de l'enseignant, les temps collectifs et le temps de recherche individuelle

Conclusion

⑥ Veiller à ce que la compétence « représenter » fasse l'objet d'un enseignement construit

- Proposer, sans contraindre, des schémas porteurs de sens utilisés de façon récurrente tout au long du cycle

⑦ Encourager les échanges inter-élèves

- Pendant les temps de recherche, en binôme ou en petit groupe après un temps individuel, ou pendant les temps de mise en commun avec toute la classe